

STABILITE DES PENTES

1 - INTRODUCTION

L'objet de ce chapitre est l'étendue de l'équilibre mécanique des masses de sol pouvant être mis en mouvement, soit par des phénomènes naturels (érosion, tremblements de terre ...) soit consécutivement à des travaux de chantier (terrassements, remblais, constructions). Les différents mouvements de terrains peuvent se classer en 4 catégories :

- **les écoulements** : chutes soudaines de masses rocheuses. Les causes peuvent être internes au massif (altération, accroissement de la pression interstitielle, glissement banc sur banc dans une roche stratifiée) ou externes (écroulement de masse mises en surplomb par érosion de masses sous-jacentes plus tendres, fluage ou glissement d'une masse sous-jacente).
- **les coulées** : mise en mouvement brutale de masses de sol à l'état "liquide".
- **le fluage** : par opposition aux mouvements précédents, celui-ci est lent, de faible amplitude et se développe dans une zone dont les dimensions sont mal définies.

Nous étudierons donc les mouvements relevant de la mécanique des sols, en particulier les glissements pour lesquels on dispose de théories et d'expériences suffisantes pour dimensionner la plupart des projets.

2 - GENERALITES SUR LES GLISSEMENTS

2.1. - Aspect général des glissements

La rupture par glissement d'un talus se manifeste habituellement par un déplacement en bloc d'une partie du massif. La surface de glissement est assimilable à une surface cylindrique. On fera donc l'étude pour des tranches de massif d'épaisseur unité, découpées perpendiculairement à l'axe de la surface de rupture. Si on représente la coupe transversale du terrain (donc une tranche), l'aspect de la surface de rupture sera donc un arc de cercle. Le sommet du talus s'affaisse et il se forme un bourrelet de pied (Fig. a.). On distinguera trois grandes catégories de glissements :

- glissement de pente (1) ;
- glissement de pied (2) ;
- glissement profond (3).

Ces différents types n'auront pas les mêmes conséquences mais on peut dire que la stabilité dépend :

- des moments résistants (pris par rapport au centre du cercle de rupture), dus à la résistance au cisaillement le long de la ligne de rupture ;
- des moments moteurs dus principalement au poids du massif en déplacement.

Il y aura donc glissement si à un moment donné les moments sont supérieurs aux moments résistants.

2.2. - Causes de glissements

D'après ce qui précède, les glissements sont dus à des modifications soit dans les moments résistants, soit dans les moments moteurs. On distinguera donc deux types de causes :

a) Diminution des moments résistants

Les causes de diminution des moments résistants peuvent être naturelles (changement des conditions hydrauliques du terrain) ou consécutives à des travaux (tranchées en pied de pente, ou chargement rapide augmentant les pressions interstitielles en pied de pente).

b) Une augmentation des moments moteurs

Certaines causes sont évidentes (surcharge du sommet de la pente, changement de pente,...), d'autres le sont beaucoup moins. Les problèmes d'infiltration, en particulier, sont souvent difficiles à cerner. Par exemple, les écoulements ont une action hydrodynamique qui tend à augmenter les moments moteurs. C'est le cas des drainages en pied de talus servant au rabattement de nappe. En effet, l'écoulement provoque des forces de percolation qui augmentent les moments moteurs ; il ne faut donc plus simplement considérer l'aspect statique du problème de stabilité de pentes.

3 - ANALYSE DE STABILITE

De manière classique, on définira les conditions d'équilibre limite et on utilisera un coefficient de sécurité. On suppose que l'équilibre limite existe au moment de la rupture le long de la ligne de glissement. L'expérience montre que la zone en équilibre limite forme une bande assez étroite de part et d'autre de la zone de rupture. La stabilité de l'ensemble est donc liée à celle de la bande considérée.

Les méthodes de calcul consistent à rechercher la surface le long de laquelle le coefficient de sécurité F est le plus faible :

$$F = \frac{\tau_{\max}}{\tau} \quad \tau_{\max} : \text{résistance au cisaillement du sol}$$

τ : contraintes de cisaillement s'exerçant le long de la surface

- si $F < 1$: la surface est inévitable,
- si $F = 1$: le massif est en état d'équilibre limite,
- si $F > 1$: le milieu est en équilibre et le massif sera stable si le coefficient atteint un chiffre fixé à l'avance compte-tenu de la nature de l'ouvrage et des conséquences que pourrait entraîner la rupture.

Il existe plusieurs dizaines de méthodes de calcul de stabilité ayant toutes des avantages et des inconvénients. Aucune n'est parfaite, car aucune ne tient compte de la déformabilité du sol. En effet, on en revient au problème éternel de la méconnaissance des lois de comportement du sol que l'on considère toujours comme rigide-plastique. Nous étudierons ci-après plusieurs méthodes de calcul "traditionnelles" mais la confiance que l'on peut leur accorder sera essentiellement fonction de l'expérience que l'on peut en avoir. Nous envisagerons des méthodes de stabilité de milieux homogènes. Dans le cas de massifs constitués de plusieurs couches de nature différente, le problème est beaucoup plus ardu.

3.1. - Glissement plan

Pendant longtemps on a préféré croire (par simplicité des calculs) que les surfaces de glissement étaient planes. Or la simple observation sur le terrain prouve que les surfaces sont courbes. Cependant dans des cas particuliers, on peut admettre des rayons de courbure infinis, ce qui nous amène à des glissements plans. D'autre part, cette méthode est une bonne introduction aux méthodes plus élaborées que nous verrons dans la suite de ce chapitre. Considérons un massif de pente OA. En faisant l'hypothèse que la rupture se fait suivant un plan, il paraît évident que le cas le plus défavorable est celui d'un plan passant par le pied O de la pente. Soit OB ce plan. Le sol étant homogène (cohésion c , angle de frottement interne ϕ), il obéit à la loi de Coulomb. On découpe le massifs OAB en tranches d'égales largeurs. Le poids de chacune des n tranches induit sur la surface OB une contrainte pouvant se décomposer en une contrainte normale et une contrainte tangentielle? Soit W_i le poids de la tranche i et L la longueur du plan de rupture OB. Soit N_i et T_i les composantes du poids W_i de chacune des tranches.

$$\sigma_i = \frac{n.N_i}{L} \text{ et } \tau_i = \frac{n.T_i}{L}$$

Le terme τ_i représente la contrainte de cisaillement s'exerçant le long de la surface de glissement. Selon la loi de Coulomb, la résistance au cisaillement du sol τ_{\max} sera donnée par :

$$\tau_{\max} = c + \sigma_i.tg\phi$$

Le coefficient de sécurité F exprime donc le rapport :

$$F = \frac{c + \sigma_i.tg\phi}{\tau_i}$$

Si l'équilibre limite est atteint, $F = 1$. On peut écrire que pour chaque tranche :

$$\tau_i = c + \sigma_i.tg\phi \Rightarrow \frac{n.T_i}{L} = c + \frac{n.N_i}{L}$$

$$W_i.\sin\theta = \frac{c.L}{n} + W_i.\cos\theta.tg\phi$$

$$\sum_i^n W_i.\sin\theta = \frac{c.L}{n} + \sum_i^n W_i.\cos\theta.tg\phi$$

Si le poids total du massif OAB est W , on a l'égalité :

$$W = \frac{AB.\gamma.H}{2} \text{ soit encore } W = \frac{\gamma.H^2}{2} \cdot \frac{\sin(\alpha - \theta)}{\sin\alpha.\sin\theta}$$

Si $F = 1$, l'équilibre limite nous permet de déterminer la hauteur critique H_c du talus :

$$\frac{\gamma.H^2}{2} \cdot \frac{\sin(\alpha - \theta)}{\sin\alpha.\sin\theta} = \frac{c.H_c}{\sin\theta} + \frac{\gamma.H^2}{2} \cdot \frac{\sin(\alpha - \theta)}{\sin\alpha.tg\theta} .tg\phi$$

Mais la hauteur H du talus est généralement connue, par contre l'inconnue est l'angle θ du plan de glissement. Par la formule précédente, on peut calculer différentes valeurs de la hauteur critique H_c en fonction de θ ; on peut ainsi, par tâtonnement, déterminer la valeur de θ donnant la hauteur critique $H_c = H$. On aura donc l'orientation du plan de glissement.

Le calcul précédent revient à écrire que le coefficient de sécurité est égal à :

$$F = \frac{2c.\sin\alpha}{\gamma.H.\sin(\alpha - \theta)} + \frac{tg\phi}{tg\theta}$$

Examinons deux cas particuliers importants :

- **sol pulvérulent** : $c = 0$

Dans ce cas, le coefficient de sécurité se réduit à $F = \frac{tg\phi}{tg\theta}$. Or θ varie de 0 à α . La valeur minimale de F sera donc obtenue pour $\theta = \alpha$. On a donc :

$$F = \frac{tg\phi}{tg\alpha}$$

L'équilibre limite est atteint pour $F_{min} = 1$ soit $\alpha = \phi$. Ceci exprime bien que l'angle de talus naturel d'un sol pulvérulent est égal à l'angle de frottement interne.

- **sol cohérent** : $\phi = 0$

Le coefficient de sécurité est alors égal à :

$$F = \frac{2c}{\gamma.H} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \theta \cdot \sin(\alpha - \theta)}$$

On peut alors construire des abaques donnant les variations de F et déterminer les valeurs de θ pour F min.

$$\text{Donc } N_i = \frac{u_i \cdot \sin \varepsilon_i \cdot \frac{tg\phi}{F} + W_i + V_A - V_B - \frac{c.L_i}{F} \cdot \sin \varepsilon_i}{\cos \varepsilon_i + \sin \varepsilon_i \cdot \frac{tg\phi}{F}}$$

$$H_A - H_B = \frac{(W_i + V_A - V_B) \cdot \cos \varepsilon_i}{\sin \varepsilon_i} - \frac{u_i \cdot \frac{tg\phi}{F} + \frac{W_i + V_A - V_B}{\sin \varepsilon_i} - \frac{c.L_i}{F}}{\cos \varepsilon_i + \sin \varepsilon_i \cdot \frac{tg\phi}{F}}$$

Considérons maintenant l'ensemble des tranches. Le massif sera en état d'équilibre limite si les moments moteurs sont égaux aux moments résultants. L'égalité des moments par rapport au centre O du cercle de rupture de rayon R s'écrit :

$$\sum_i^n X_i \cdot W_i = \sum_i^n T_i \cdot R$$

En effet, les réactions inter-tranches $R_A, R_B \dots$ s'annulent deux à deux et les résultantes N passent par O, donc leur moment est nul. On a en outre :

$$X_i = R \cdot \sin \varepsilon_i \Rightarrow \sum_i^n T_i = \sum_i^n W_i \cdot \sin \varepsilon_i$$

Le coefficient de sécurité est alors :

$$F = \frac{\sum_i^n [c.L_i + (N_i - u_i) \cdot tg\phi]}{\sum_i^n W_i \cdot \sin \varepsilon_i}$$

En utilisant le résultat de l'équation (1) on en tire :

$$F = \frac{\sum_i^n \left[\frac{(W_i - u_i \cdot \cos \varepsilon_i + V_A - V_B) \cdot tg\phi}{\cos \varepsilon_i + \frac{tg\phi}{F} \cdot \sin \varepsilon_i} + \frac{c.L_i}{F} \right]}{\sum_i^n W_i \cdot \sin \varepsilon_i}$$

D'autre part on sait que : $\sum_i^n (H_A - H_B) = 0$; on peut donc écrire :

$$\sum_i^n \left[\frac{(W_i + V_A - V_B) \cdot \cos \varepsilon_i}{\sin \varepsilon_i} - \frac{u_i \cdot \frac{\text{tg} \phi}{F} + \frac{W_i + V_A - V_B}{\sin \varepsilon_i} - \frac{c \cdot L_i}{F}}{\cos \varepsilon_i + \sin \varepsilon_i \cdot \frac{\text{tg} \phi}{F}} \right] = 0$$

On obtient donc deux relations entre F et $V_A - V_B$. Le coefficient de sécurité est alors déterminé par itération entre les deux expressions (4) et (5).

En fait BISHOP a démontré que les quantités $V_A - V_B$ étaient toujours négligeables, l'erreur commise étant < 1%. Dans ce cas F devient :

$$\sum_i^n \left[\frac{(W_i + V_A - V_B) \cdot \cos \varepsilon_i}{\sin \varepsilon_i} - \frac{c \cdot L_i \cdot \cos \varepsilon_i}{\cos \varepsilon_i + \sin \varepsilon_i \cdot \frac{\text{tg} \phi}{F}} \right]$$

L'itération devient alors très facile. On introduit dans le 2nd membre de la valeur de F donnée par la méthode de Fellenius et on calcule une nouvelle valeur de F par la formule, que l'on réintroduit, et ainsi de suite. Pour être certain de trouver le minimum de F, il faut environ une centaine de cercles. Or le calcul à la main d'un cercle pour 10 à 15 tranches demande à peu près 3h pour un bon calculateur. La détermination d'un coefficient de sécurité demande donc 1 mois de travail. On conçoit donc aisément que l'emploi d'abaques est nécessaires et que l'emploi de l'informatique ne serait pas superflu.

L'avantage de la méthode de Bishop, est qu'elle permet de calculer un coefficient F dans le cas de sols hétérogènes et avec des formes de pentes très complexes, mais les calculs restent très longs.

3.2. - Méthode de Fellenius

Compte-tenu du terrain, on se donne un cercle de rupture probable et on détermine l'état d'équilibre du milieu le long de ce cercle ainsi que le coefficient de sécurité. Mais le véritable cercle de rupture correspondant à un coefficient de sécurité minimum est inconnu. Il faut donc recommencer de nombreuses fois les calculs pour différents cercles de rupture possibles. Ce travail est laborieux et l'informatique est maintenant d'un grand secours.

Considérons un cercle de rupture OA (cas d'un glissement de pies). Comme pour le glissement plan, on procède à un découpage en tranche de même largeur. On supposera que chacune tranche est indépendante de ses voisines. Si W_i est le poids de la tranche (composante N_i et T_i) et C_i la force de cohésion se développant le long de ab, on peut écrire que lorsque l'équilibre limite est atteint :

$$T_i = N_i \text{tg} \phi + c_i$$

$$\sum T_i = \sum N_i \text{tg} \phi + c \cdot L_{OA}$$

Si le sol est homogène, le coefficient de sécurité sera donc défini par :

$$F = \frac{\sum N_i \text{tg} \phi + c \cdot L_{OA} F}{\sum T_i}$$

N.B. : Au voisinage de 0, T_i prend des valeurs négatives, dont il faut tenir compte.

L'expression de F est donc algébrique.

On voit donc que ce travail est long. Généralement, on préfère donner les résultats sous forme graphique. En effet, on détermine les lieux géométriques des centres des cercles correspondant à un coefficient de sécurité constant (Fig. e).

3.3.- Méthode de Bishop

Les deux méthodes que nous avons exposées faisaient l'hypothèse d'un déplacement global d'une partie du massif. On ne considérait donc pas les actions réciproques des tranches les unes sur les autres. Reprenons l'exemple précédent, mais en supposant que la (i + 1)ème tranche exerce sur la ième tranche, la réaction R_A de composantes H_A et V_A et que la (i - 1)ème tranche exerce la réaction R_B de composantes H_B et V_B . La réaction sur ab du poids W_i a toujours pour composantes N_i et T_i mais pour être en conditions de contraintes effectives, il faut considérer la pression interstitielle u_i moyenne sur l'arc ab, de longueur l_i . Si on fait le bilan des forces s'exerçant en O_i centre de l'arc ab, on obtient en projetant sur O_iO_j :

$$N_i = [W_i + (V_A - V_B)].\cos \varepsilon_i - (H_A - H_B).\sin \varepsilon_i$$

En appelant F le coefficient de sécurité, on en déduit la résistance au cisaillement mobilisée sur l'arc ab :

$$T_i = l_i.\left[\frac{c}{F} + \frac{N_i - u_i}{F.l_i}.tg\phi\right]$$

La projection des forces sur O_iO_j nous permet d'écrire :

$$\left[(N_i - u_i).\frac{tg\phi}{F.l_i} + \frac{c.l_i}{F}\right].\sin \varepsilon_i + N_i.\cos \varepsilon_i = W_i + V_A - V_B$$

Or on en tire :

$$N_i - u_i = \frac{W_i + V_A - V_B + u_i.\cos \varepsilon_i - \frac{c.l_i}{F}.\sin \varepsilon_i}{\cos \varepsilon_i + \frac{tg\phi}{F}.\sin \varepsilon_i}$$

3.4.- Méthode du cercle de frottement

Les méthodes consistant à découper en tranches verticales ont l'avantage de rester valables même lorsque le massif présente des couches de caractéristiques mécaniques différentes. Par contre, la méthode "du cercle de frottement" ne peut s'appliquer que si le milieu est homogène. Cependant, son caractère de méthode graphique la rend intéressante du point de vue de la compréhension globale du phénomène de stabilité de pente. Considérons un cercle de glissement de rayon et de centre O et supposons que le milieu est en équilibre limite (Fig. g).

La réaction \overline{dR} due au frottement le long d'un élément d'arc dl peut se décomposer en une réaction due au frottement interne \overline{dR}_ϕ et une composante de cohésion \overline{dR}_c :

$$\overline{dR} = \overline{dR}_\phi + \overline{dR}_c \quad \left|\overline{dR}_c\right| = c.dl \text{ avec } (c : \text{cohésion du milieu}).$$

A la rupture, \overline{dR}_ϕ fait l'angle ϕ avec la normale à dl donc toutes les réactions élémentaires enveloppent un cercle de centre O et de rayon $r.\sin \phi$. Ce cercle est appelé cercle de frottement. Si on trace le polygone des forces élémentaires de cohésion \overline{dR}_c , la résultante \overline{R}_c sera parallèle à la corde AB. Elle agira à une distance OH de O telle que :

$$R_c.OH = r \int_{\widehat{AB}} \left| d\overline{R}_c \right| = \int_{\widehat{AB}} c.dl = r.c.L \quad (L : \text{longueur de } \widehat{AB})$$

D'autre part, si le milieu est homogène : $R_c = c.AB \Rightarrow f_c.OH = OH.c.AB = r.c.L$

$$OH = \frac{r.L}{AB} \quad \text{et} \quad \frac{L}{AB} > 1 \quad \text{et} \quad OH > r$$

Les études de Taylor et Terzaghi ont permis de démontrer que la résultante \overline{R}_ϕ est portée par une droite tangente à un cercle de centre O et de rayon $K.r.\sin\phi$. Bien que K dépende de l'angle \widehat{AOB} ainsi que des variations des contraintes normales aux arcs élémentaires, on peut faire en 1ère approximation l'hypothèse que $K = 1$. On en déduit alors que le support de \overline{R}_ϕ est tangent au cercle de frottement.

On peut donc faire une résolution graphique. A l'équilibre limite :

$$\overline{W} + \overline{R}_c + \overline{R}_\phi = 0$$

\overline{W} est portée par une verticale passant par le centre de gravité G de la partie du massif en rupture.

\overline{R}_c est connue. Elle est portée par une parallèle à AB située à une distance $OH = \frac{r.L}{AB}$ de O.

Pour déterminer \overline{R}_ϕ , on mène par E, ($|\overline{W}| = O'E$) une parallèle à \overline{R}_c . Elle coupe la droite tangente au cercle de frottement O'K en F.

$$O'F = |\overline{R}_\phi|$$

$$EF = |\overline{r}_c|$$

En fait \overline{R}_c représente la force de cisaillement réellement mobilisée. A l'équilibre on a donc en réalité $\overline{R}_c = |\overline{r}_c|$.

On reporte alors \overline{R}_ϕ à partir de D. $R_{\phi t}$ est donc la composante de R_ϕ sur la tangente au cercle en D ; puisque le coefficient de sécurité est égal au rapport du moment résistant sur le moment

moteur, on peut écrire :
$$F = \frac{r.R_{\phi t} + OH.R_c}{r.R_{\phi t} + OH.r_c}$$

