

PROPRIETES HYDRAULIQUES DES SOLS

1 - PERMEABILITE

1.1.- Définition de la charge hydraulique

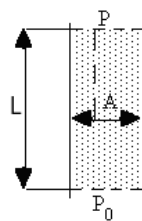
Tous les sols sont plus ou moins perméables. L'eau filtre à travers l'argile comme à travers le gravier mais ce phénomène se manifeste avec des intensités différentes. On étudiera surtout les écoulements qui correspondent à des régimes permanents. Dans de tels mouvements, les particules fluides suivent des trajectoires invariables au cours du temps : les lignes de courant. En supposant le liquide parfait (incompressible et non visqueux), on définit la charge hydraulique

h à l'aide du théorème de Bernouilli : $h = \frac{V^2}{2g} + \frac{U}{\gamma_w} + H$; Ce qui représente l'énergie d'une

particule fluide de poids unité. Mais dans le cas de filtration de l'eau par le sol la quantité $\frac{V^2}{2g}$ est négligeable puisque les vitesses sont très faibles.

1.2.- Loi de Darcy

Les premières expériences sur la perméabilité ont été faites par Darcy en 1854 et il a remarqué que le débit par unité de surface est proportionnel à la perte de charge et inversement proportionnel à la hauteur : ce qui peut s'écrire :



$$\frac{Q}{A} = k \cdot \frac{P - P_0}{L}$$

P : pression de l'eau qui pénètre

Q : débit

A : aire ou section de sol

P_0 : pression de l'eau qui sort

l : longueur de filtration

Cette relation appelée loi de Darcy s'écrit : $v = ki$. Dans cette formule v est une vitesse fictive représentant la vitesse de décharge : $\frac{Q}{A}$, k représente le coefficient de perméabilité du sol. Les valeurs sont très diverses suivant la nature du sol :

- gravier : de 10^{-1} à 10^2 cm/s.
- sable : de 10^{-3} à 10^{-1} cm/s.
- argile : de 10^{-11} à 10^{-7} cm/s.

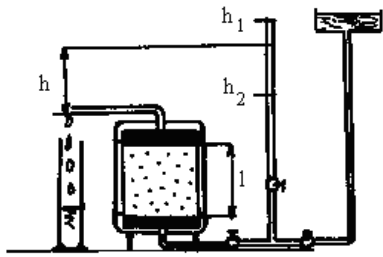
Le coefficient i ($i = \frac{dh}{dl}$) est le gradient hydraulique, c'est-à-dire la perte de charge par unité de longueur :

1.3.- Mesure de la perméabilité en laboratoire :

Deux types d'appareils sont utilisés : le perméamètre à charge variable et le perméamètre à charge constante.

1.3.1.- Perméamètre à charge variable

Le sol à étudier est placé dans un moule fermé à ses deux extrémités par deux couvercles. Le couvercle supérieur permet l'évacuation de l'eau, le couvercle inférieur étant relié à un réservoir et un tube fin.



On commence par amener l'échantillon à saturation. Le moule est alors plein d'eau et relié au tube gradué. On constate que le niveau baisse dans le tube et on mesure le temps T qui s'écoule entre les niveaux h_1 et h_2 , ces deux niveaux étant repérés par rapport au niveau de l'ajutage de sortie. Si A est la section de l'échantillon et a celle du tube gradué, le débit q sera égal à : $q = A.V$

Or si à un instant t , l'eau dans le tube est au niveau h nous auront aussi : $q = \frac{A.k.h}{L}$ (puisque le gradient hydraulique est $i = \frac{dh}{dl}$). Le volume d'eau qui sort de l'échantillon est égal à la diminution de volume dans le tube : $q.dt = -a.dh$

$$\frac{A.k.h}{L}.dt = -a.dh$$

$$k.dt = -\frac{a.L}{A} \frac{dh}{h}$$

$$k.T = -\frac{a.L}{A} \log \frac{h_2}{h_1}$$

Or la valeur du coefficient est donnée pour la valeur normalisée de la température de 20°C. Celle-ci joue un grand rôle puisque la viscosité de l'eau augmente dans des proportions importantes. On a la relation : $k_{20} = k_{\theta} \cdot \frac{\eta_{\theta}}{\eta_{20}}$ avec $\eta_{\theta} = \frac{1,79}{1 + 0,003368.\theta + 0,00022\theta^2}$

$$\begin{cases} \theta \text{ en } ^\circ\text{C} \\ \eta \text{ en centipoise} \end{cases}$$

Cet essai peut aussi être réalisé à l'aide de l'oedomètre.

1.3.2. - Perméabilité à charge constante

Cette deuxième méthode est utilisée pour des matériaux assez perméables ($k > 10^{-3}$ cm/s). Dans ce cas le tube gradué est déconnecté et on maintient un niveau constant dans le réservoir. Le gradient hydraulique i est donc constant. La vitesse de décharge est déterminée en mesurant le volume d'eau qui traverse un échantillon en un temps donné.

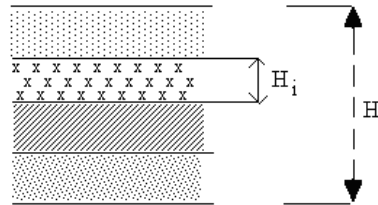
1.4. - Domaine de validité de la loi de Darcy

Les études de laboratoire ont permis de constater que la relation $v = ki$ est bien vérifiée pour tous les sols mais seulement à l'intérieur d'un certain intervalle de variation du gradient hydraulique. Pour de très faibles vitesses de décharge, l'écoulement réel ne correspond pas à l'écoulement théorique par suite des phénomènes colloïdaux. Pour les fortes vitesses, les divergences sont dues aux forces d'inertie dans un mouvement non uniforme. Le nombre de Reynolds Re correspond au rapport des forces d'inertie aux forces de viscosité : $Re = \frac{V \times d}{\eta}$

Muskat a proposé de prendre comme limite de sécurité la vitesse critique correspondant au nombre de Reynolds égal à 1, mais les expériences de Lewis et Barnes ont conduit à constater que la loi était valable pour $Re < 10$. On peut donc dire que la loi de Darcy est une excellente approximation pour les faibles nombres de Reynolds mais qu'elle devient de moins en moins bonne lorsque V augmente.

1.5. - Perméabilité en terrain stratifié

Lorsqu'un terrain est constitué de plusieurs couches, il est évident que le coefficient de perméabilité n'est pas le même pour chacune des couches et qu'il faudra distinguer les perméabilités verticales et horizontale.



Soit un terrain constitué de n couches d'épaisseur H_i dont les coefficients de perméabilité sont k_i .

On cherche à déterminer le coefficient moyen de perméabilité horizontal k_H , et le coefficient vertical k_V . Considérons d'abord un écoulement horizontal dont le gradient hydraulique est le même à la traversée de chaque couche : $V_1 = k_1 \cdot i$, $V_2 = k_2 \cdot i$; $V_3 = k_3 \cdot i$; $V_n = k_n \cdot i$

la vitesse moyenne sera alors :

$$V = \frac{1}{H} \cdot (V_1 H_1 + V_2 H_2 + V_3 H_3 + \dots + V_n H_n) = k_H \cdot i$$

$$V = \frac{i}{H} \cdot (k_1 H_1 + k_2 H_2 + k_3 H_3 + \dots + k_n H_n) = k_H \cdot i$$

$$k_H = \frac{1}{H} \sum_i k_i \cdot H_i$$

Si l'écoulement est vertical, le principe de continuité exige que la vitesse de décharge soit la même à la traversée de chaque couche : $V = k_1 i_1 = k_2 i_2 = k_3 i_3 = k_4 i_4 = \dots = k_n i_n = k_V i$
Or le gradient hydraulique i est égal à :

$$i = \frac{h}{H} = \frac{h_1 + h_2 + h_3 + \dots + h_n}{H}$$

les h_i représentant les pertes de charge.

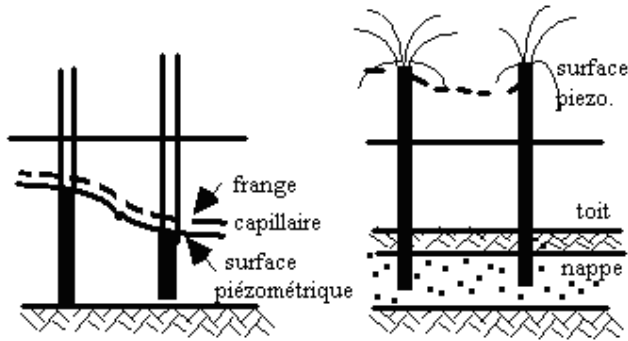
$$= k_V \frac{h_i}{H} = k_1 \frac{h_1}{H_1} = k_2 \frac{h_2}{H_2} = \dots = \frac{h_1 + h_2 + \dots + h_n}{\frac{H_1}{k_1} + \frac{H_2}{k_2} + \dots + \frac{H_n}{k_n}}$$

$$k_V \cdot i = \frac{\sum_i h_i}{\sum_i \frac{H_i}{k_i}} \quad \text{d'où} \quad k_V \cdot i = \frac{\sum_i h_i}{\sum_i \frac{H_i}{k_i}}$$

2 - HYDRAULIQUE SOUTERRAINE

2.1. - Définitions

Une nappe est une accumulation d'eau dans une roche fissurée ou un milieu poreux. Celle-ci est retenue à sa partie inférieure par le "mur de la nappe", constitué d'un terrain imperméable.



Si on enfonce des tubes capillaires dans le sol, on pourra déterminer la surface piézométrique, celle-ci étant surmontée d'une zone appelée frange capillaire due aux remontées capillaires dans le milieu perméable. Dans le cas de nappe captive, la surface piézométrique se trouve au-dessus du sol et on a des puits artésiens.

2.2.- Généralisation de la loi de Darcy

En milieu homogène et isotrope, les vecteurs vitesses et gradient hydraulique sont colinéaires ;
or

$$V = k \cdot i = -k \cdot \frac{dh}{dl}$$

$$V = -k \cdot \text{grad} \vec{H}$$

$$V = -\text{grad}(kH) = \text{grad}(-kH) = \text{grad}(\phi)$$

Dans cette formule ϕ représente un potentiel des vitesses égal à $-kH$. Les équipotentielles sont des surfaces d'égale charge hydraulique. Les composantes seront :

$$V_x = \frac{\partial \phi}{\partial x}$$

$$V_y = \frac{\partial \phi}{\partial y}$$

$$V_z = \frac{\partial \phi}{\partial z}$$

Or les conditions de continuité exigent que le liquide soit incompressible :

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \Rightarrow \text{div} \vec{V} \Rightarrow \Delta \phi$$

2.3.- Ecoulement plans

Ce type d'écoulement est répandu et on choisira donc le plan vertical x ou z comme plan d'écoulement :

$$V_x = V_x(x, y)$$

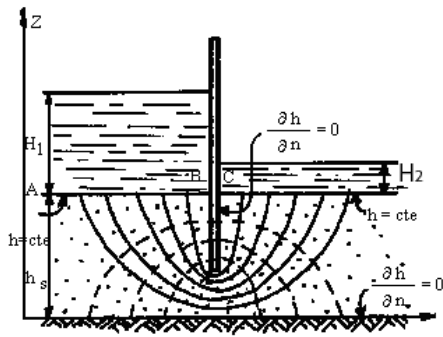
$$V_y = 0$$

$$V_z = V_z(x, y)$$

La fonction potentiel ϕ est donc aussi une fonction de 2 variables ; on peut donc appliquer les résultats de l'écoulement de l'électricité dans un conducteur qui sont analogues à ceux de l'écoulement de l'eau dans le sol. On introduit alors la notion de potentiel complexe $\phi(x, z) + i\psi(x, z)$ de la variable complexe $x + iz$. Les courbes $\phi = \text{constante}$ sont des équipotentielles ; elles admettent des trajectoires orthogonales $\psi = \text{constante}$ qui sont les lignes de courant.

2.3.1.- Exemple : écoulement autour d'un rideau de palplanches

Le rideau est supposé de longueur infinie. Soit, dans une rivière, un rideau de palplanches fiché dans une couche de sable de hauteur h_s surmontant une argile. Les perméabilités étant très différentes, on pourra supposer l'argile imperméable vis à vis du sable.



Sur AB, la charge est constante et égale à :

$$h_{AB} = \frac{U_{AB}}{\gamma_w} + Z_{AB} = h_s + H_1$$

Sur CD, la charge est constante et égale à :

$$h_{CD} = \frac{U_{CD}}{\gamma_w} + Z_{CD} = h_s + H_2$$

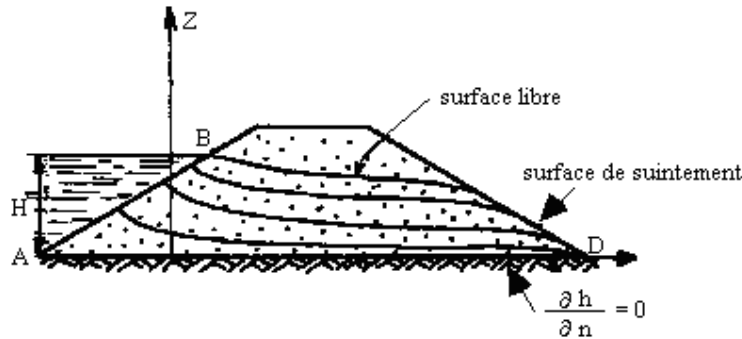
La perte de charge globale est $\Delta = H_1 - H_2$

AB et CD sont des équipotentielles ; BEC et O_x sont des lignes imperméables donc des lignes de courant pour lesquelles : $\frac{\partial h}{\partial n} = 0$. (n : normale aux lignes). Ce type d'écoulement où la pression n'est pas nulle à la surface du sol est un écoulement en charge.

2.3.2. - Exemple d'écoulement à travers une digue en terre :

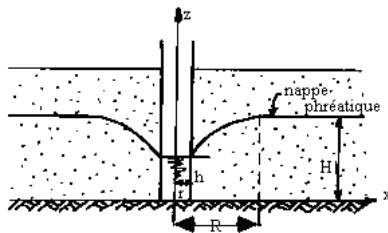
Soit une digue en terre reposant sur un sol imperméable. La retenue d'eau est H. AB est une équipotentielle $h_{AB} = H$ et BC est la surface de suintement. AD est une ligne de courant : $\frac{\partial h}{\partial n} = 0$.

Il s'agit ici d'un écoulement à surface libre.



2.4.- Ecoulement à 3 dimensions

On étudiera plus particulièrement, les écoulements de révolution (problème des puits). Ce sont des problèmes que l'on rencontre à l'occasion des pompages, les deux applications en étant l'alimentation en eau et le rabattement de nappes. Examinons le cas d'un massif perméable reposant sur un massif imperméable, dans lequel on fore un puit de rayon r . La surface libre de la nappe, présente une dépression en forme d'entonnoir. Ce phénomène a été étudié par Dupuit.



Le débit sur une surface de révolution (x,z) est :

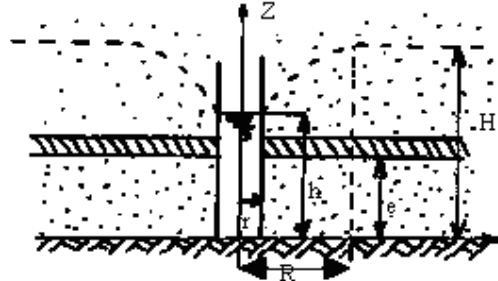
$$q = V.z.2\pi x = k \cdot \frac{dz}{dx} \cdot 2.z\pi$$

$$\int_r^R q \cdot \frac{dx}{x} = 2\pi k \int_h^H z dz$$

$$q = \frac{\pi k \cdot (H^2 - h^2)}{\log \frac{R}{r}}$$

Le rayon d'action R, correspond à la distance à partir de laquelle le pompage cesse de faire sentir son action. Il a été déterminé par Sichard par la formule : $R = 3000 (H - h)k$

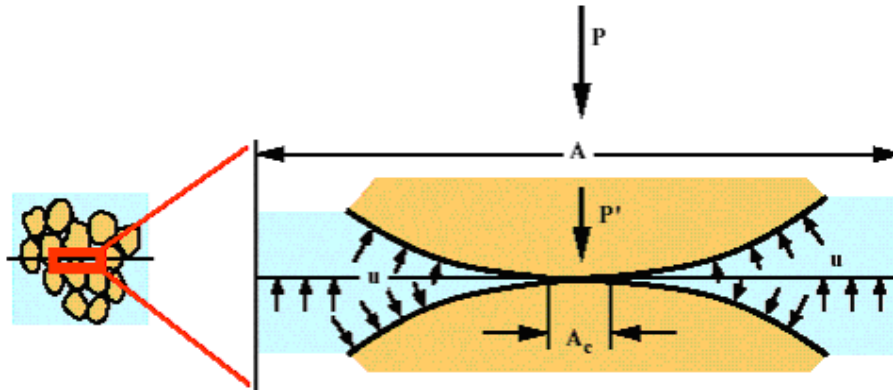
Dans le cas des nappes captives, on arrive au résultat suivant : $q = \frac{2\pi ke.(H-h)}{\log \frac{R}{r}}$



3 - CONTRAINTES EFFECTIVES

Les efforts se transmettent dans le sol à travers les grains et l'eau interstitielle. Mais comme il n'est pas possible d'étudier la répartition réelle des contraintes en fonction de la position et de la taille des grains, on considère le milieu homogène du sol puisque les différentes phases qui forment un sol (gaz + liquide + solide) sont régies par des lois différentes. On a donc envisagé une loi unique et on introduit la notion de contrainte effective.

3.1.- Postulat de Terzaghi



$$P = P' + u.(A - A_c)$$

Divisons par l'aire A : $\frac{P}{A} = \frac{P'}{A} + \frac{u.(A - A_c)}{A} = \frac{P'}{A} + u.(1 - \frac{A_c}{A})$

Ac est très petit relativement à A, d'où : $\frac{A_c}{A} \approx 0$

$\frac{P}{A} = \sigma =$ Contrainte totale et $\frac{P'}{A} = \sigma' =$ Contrainte effective

d'où $\sigma' = \sigma - u$ ou $\sigma = \sigma' + u$

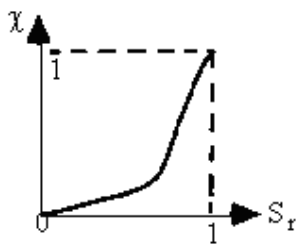
P = Force normale totale
P' = Force normale intergranulaire
u = Pression interstitielle
A = Aire totale
Ac = Aire de contact entre les grains

C'est probablement l'équation la plus importante de la Mécanique des Sols.

On considère le milieu comme composé de 2 phases seulement : milieu sec (gaz + sol) ou saturé (liquide + sol). Le postulat de Terzaghi consiste à formuler l'existence d'un nouveau tenseur de contraintes, le tenseur des contraintes effective qui gouverne à lui seul le comportement du sol et du squelette granulaire. Si σ et τ sont les composantes normale et tangentielle de la

contrainte totale en un point sur une facette quelconque, σ' et τ' les composantes de la contrainte effective et u la pression du fluide (air ou eau) on a :

$$\begin{aligned}\sigma' &= \sigma - u \\ \tau' &= \tau\end{aligned}$$

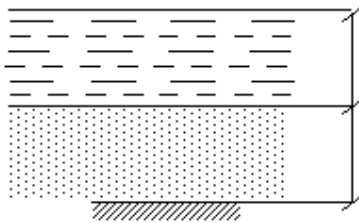


Dans le cas général d'un complexe de 3 phases, le calcul pratique soulève de nombreuses difficultés. Parmi les tentatives les plus intéressantes, on citera la formule de Bishop : $\sigma' = \sigma - u_a + \chi(u_a - u_w)$ $u_a - u_w$ représentant les pressions de l'air et de l'eau. χ est un coefficient qui dépend du degré de saturation S_r .

3.2.- Applications

Nous allons appliquer cette théorie à des cas simples de sol saturés.

3.2.1.- Sol saturé, nappe en équilibre :



L'eau est en équilibre, la répartition de la pression est donc hydrostatique. Sur une facette horizontale située à une profondeur z dans le sol, on a :

$$\sigma = \gamma_w \cdot D + \gamma \cdot z$$

$$u = \gamma_w \cdot (D + z)$$

alors

$$\sigma' = \sigma - u = (\gamma - \gamma_w) \cdot z = \gamma' \cdot z$$

Donc on voit qu'au point de vue des contraintes effectives, le sol se comporte comme s'il n'y avait pas d'eau à condition de remplacer γ par γ' puisqu'il est saturé.

3.2.2.- Ecoulement verticaux descendants

Dans l'exemple ci-dessus, si l'eau est en mouvement, la répartition de la pression n'est plus hydrostatique. La définition même de perte de charge, montre que l'écoulement transmet au sol une contrainte. Si l'écoulement est descendant dans le sens des z croissants : $u = \gamma_w \cdot (D + z - h)$

$$\frac{du}{dz} = \gamma_w \cdot \left(1 - \frac{dh}{dz}\right) = \gamma_w \cdot (1 - i) \quad \text{car} \quad i = \frac{dh}{dz}$$

Donc entre la surface $z = 0$ et la cote z on a :

$$u = u_0 = \gamma_w \cdot z \cdot (1 - i) \quad \text{avec} \quad u_0 = \gamma_w \cdot D$$

$$\text{On a toujours :} \quad \sigma' = \gamma_w \cdot D + \gamma \cdot z \quad \Rightarrow \quad \sigma' = (\gamma' - i \cdot \gamma_w) \cdot z$$

3.2.3.- Ecoulement verticaux ascendants

Dans ce cas, c'est le phénomène inverse qui se produit, le courant agit en sens contraire du poids. Le terrain est en partie porté par l'écoulement et sa force portante décroît. La pression est plus forte en bas.

$$z = z_0 = 0 \quad u_0 = \gamma_w \cdot D \quad \frac{du}{dz} = \gamma_w \cdot \left(1 + \frac{dh}{dz}\right) = \gamma_w \cdot (1 + i)$$

$$u_0 - u = \int_z^0 \gamma_w \cdot (1 + i) \cdot dz$$

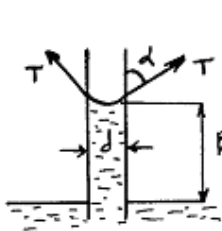
$$u = \gamma_w \cdot (1 + i) \cdot z + \gamma_w \cdot D \quad \Rightarrow \quad \sigma' = \sigma - u = (\gamma' - i \cdot \gamma_w) \cdot z$$

Lorsque le gradient i atteint la valeur $\frac{\gamma'}{\gamma_w}$, les contraintes effectives s'annulent. Le squelette solide flotte au milieu de l'écoulement. Il peut en résulter des accidents graves pour les constructions : digue, fond de fouille. Pour les sables ($n = 40\%$; $\gamma_s = 2,65 \text{ g/cm}^3$) le gradient i est voisin de 1. Le sable devient bouillant (*phénomène de Renard*). Pour éviter ces phénomènes on utilisera des filtres judicieusement choisis.

4 - CAPILLARITE de L'EAU

4.1. - Loi de Jurin

Lorsqu'on plonge l'extrémité d'un tube fin dans un réservoir rempli d'eau, on constate que l'eau monte à l'intérieur du tube jusqu'à une certaine hauteur h . C'est l'ascension capillaire qui s'explique par l'attraction des molécules liquides par celles constituant la paroi. On peut considérer que le phénomène est dû à une tension superficielle qui s'exerce sur le ménisque le long de la ligne de contact avec le tube. Ecrivons les conditions d'équilibre :



$$\pi d.T.\cos\alpha = \pi.\frac{d^2}{4}.h.\gamma_w$$

$$h = \pi.\frac{4T\cos\alpha}{d.\gamma_w}$$

Or la tension superficielle de l'eau a fait l'objet de nombreuses mesures. Sa valeur est voisine de 74,7 dyn/cm.

Alors $h = \frac{0,3 \times \cos\alpha}{d}$ avec $\begin{cases} h, d \text{ en cm} \\ \alpha \text{ en rd} \end{cases}$

Dans le sol, le phénomène est identique sans être aussi simple car les vides forment un réseau complexe ; mais tous les vides ne sont pas occupés et même si le sol est saturé, il n'en est pas de même avec la frange capillaire. La hauteur totale d'ascension dépend donc de l'indice des vides,

et de la granulométrie. On a sensiblement : $h = \frac{c}{e.d_{10}}$ $\begin{cases} 0,1 < c < 0,5 & \text{cm}^3 \\ h, d_{10} & \text{cm} \end{cases}$

4.2. - Moule kh :

Si les sols fins ont une ascension capillaire importante ils ont aussi une faible perméabilité. D'après Terzaghi, la valeur de d_{10} étant $20 \mu\text{m}$, on conçoit que l'ascension capillaire est maximale au bout de 24 h. On pourra donc déterminer plus facilement la vitesse d'ascension capillaire qui dépend du produit kh ; d'où le nom de l'appareil utilisé : moule kh . Un échantillon cylindrique dont on connaît la porosité est préalablement desséché et pesé. L'eau se propage dans le sol sous l'action de la succion capillaire h en suivant la loi de Darcy. A l'instant t l'eau est au niveau z . La particule dans le ménisque à l'altitude z est donc à une pression $u = -h.\gamma_w$ par rapport à la pression atmosphérique puisqu'il y a succion. D'après le théorème de Bernoulli, sa charge est

alors : $h' = \frac{u}{\gamma_w} + z$ or $u = -h.\gamma_w \Rightarrow h' = z - h$

A la base du moule, les particules sont à une charge nulle. La perte de charge est donc égale à la charge initiale moins la charge finale soit : $0 - (z - h) = h - z \Rightarrow i = \frac{h}{z} - 1 \Rightarrow q = A.k.\left(\frac{h}{z} - 1\right)$

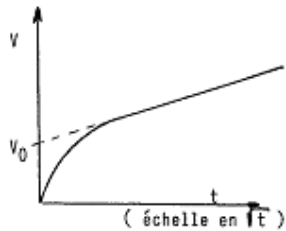
Le débit capillaire q fait monter l'eau à une hauteur dz telle que

$$q.dt = A.n.dz \quad (n : \text{porosité}) \Rightarrow q.dt = A.k.\left(\frac{h}{z} - 1\right).dt = A.n.dz$$

$$\frac{k}{n} dt = \frac{z \cdot dz}{h-z} \Rightarrow \log\left(\frac{1}{1-\frac{z}{h}}\right) - \frac{z}{h} = \frac{k}{n \cdot h} \cdot t$$

Si $z \ll h$ on fait un développement limité du Log ce qui donne : $\frac{z^2}{2 \cdot h} = \frac{k}{n \cdot h} \cdot t \Rightarrow z = \sqrt{\frac{2 \cdot k \cdot h}{n}} \cdot t$. Le

volume d'eau absorbée V à l'instant t est donc : $V = n \cdot A \cdot z$. En effectuant différentes pesées, on peut déterminer les volumes absorbés. On trace les résultats en fonction du \sqrt{t} en remarquant qu'au début la loi de Darcy ne s'applique pas car i est trop grand. On détermine graphiquement V_0 :



$$V - V_0 = z = A \cdot \sqrt{2n \cdot k \cdot h \cdot t}$$

$$kH = z = \left(\frac{V - V_0}{A}\right)^2 \cdot \frac{1}{2n \cdot t}$$

On peut classer les sols en 3 catégories :

- - sols à fortes remontées capillaires
 $kH > 1$
- - sols à remontées moyennes
 $0,1 < kH < 1$
- - sols à faibles remontées capillaires
 $kH < 0,1$

Remarque

On a supposé que l'échantillon initialement sec était saturé après la remontée capillaire. Ce n'est pas toujours vrai. Il faut alors remplacer n dans les formules par une fonction de $w_f - w_i$ (w_f et w_i étant les teneurs en eau initiales et finales).